4. Doğru Akım (DC) Devreleri ve Analiz Yöntemleri

4.1. Çevre Akımları

4.2. Düğüm Gerilimleri

4.1. Çevre Akımları

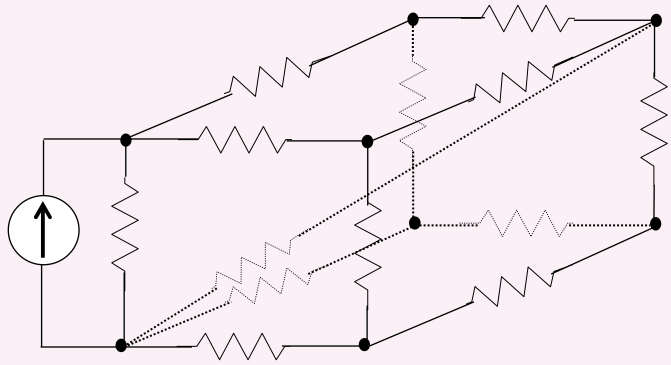
Çevre Akımları Yöntemi Nedir?

- Düzlemsel devrelerin analizi için Çevre Akımlarını devre değişkenleri olarak kullanan ve Kirchhoff 'un Gerilim Yasasını (KGY) temel alan genel amaçlı bir yöntemdir.

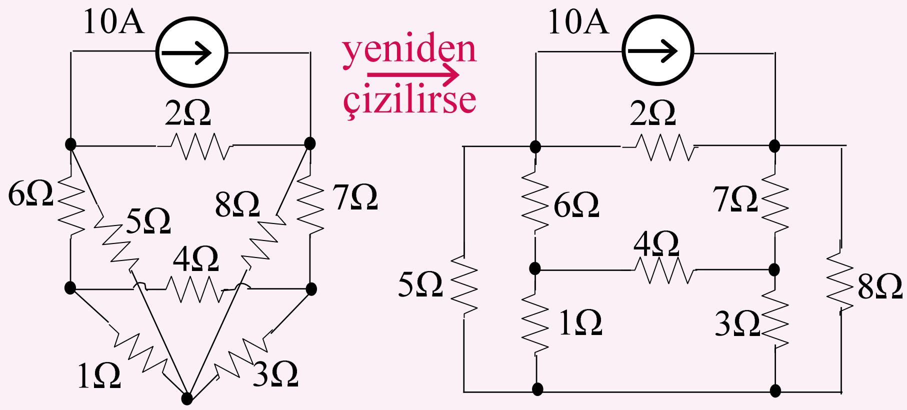
Düzlemsel Devre Nedir?

- Hiç bir dalı diğer dallarını kesmeden bir düzlem içinde çizilebilen bir devredir.
- Bir devrenin kesişen dalları var gibi görünse de, uygun şekilde çizildiğinde kesişen dalı yoksa, devre düzlemsel bir devredir.

Örnek 4.1a. Düzlemsel olmayan devre



Örnek 4.1b. Dalları kesişen görünen düzlemsel devre



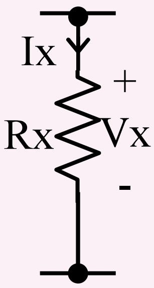
Göz Akımı Nedir?

- İçinde başka yol bulunmayan kapalı bir yol, çevredir.
- Bu çevreden akan akıma göz akımı denir.

Çevre Akımları Yöntemi İşlem Adımları

- Devrede çözüm için gerek duyulan bütün çevreler belirlenir.
- Çevre akımlarına i_1, i_2, … i_n adları verildikten sonra diğer elemanlar numaralandırılır.
- Her bir çevreye KGY uygulanır.
- Gerilimlere, çevre akımları kullanılarak Ohm yasası uygulanır ve eşitlikler açılır.
- Elde edilen son eşitlikler çözülerek Çevre akımları değişkenlerini bulunur.

Çevre Akımlarının aynı yönde aktığı ortak dalın durumu



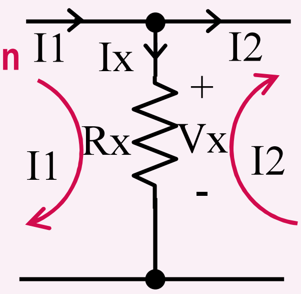
Çevre Akımlarının ters yönde aktığı ortak dalın durumu

1.çevreye KGY uygulanırken Vx için

Vx = Ix·Rx (Ohm)

Ix = I1-I2 (KAY)

Vx = (I1-I2)·Rx



2.çevreye KGY uygulanırken Vx için

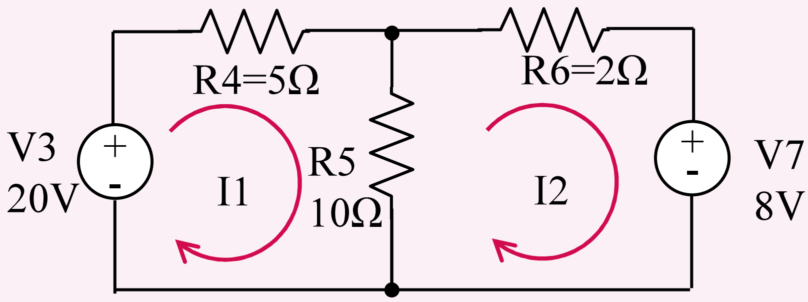
Vx = -Ix·Rx

Ix = I1-I2

Vx = -(I1-I2)·Rx

Vx = (I2-I1)·Rx

Örnek 4.2 sf 33



I1 ve I2 çevre akımlarını bulunuz.

Örnek 4.2, çevre akımları yöntemi ile çözüm

-V3 + V4 + V5 = 0 (1.çevreye KGY uygulandı!)

-V3 + I1·R4 + (I1-I2)·R5 = 0 (Ohm yasası uygulandı!)

-20 + I1·5 + (I1-I2)·10 = 0 (bilinenler yerine koyuldu!)

15·I1 - 10·I2 = 20 (1.eşitlik düzenlendi!)

V5 + V6 + V7 = 0 (2.çevreye KGY uygulandı!)

(I2-I1)·R5 + I2·R6 + V7 = 0 (Ohm yasası uygulandı!)

(I2-I1)·10 + I2·2 + 8 = 0 (bilinenler yerine koyuldu!)

-10·I1 + 12·I2 = -8 (1.eşitlik düzenlendi!)

Örnek 4.2, çevre akımları yöntemi ile çözüm

$$15 \cdot I1 - 10 \cdot I2 = 20 \quad (1) \times 6$$

$$+\ \underline{-10 \cdot I1 + 12 \cdot I2 = -8 \quad (2) \times 5}$$

$$(90-50)I1 + 0 = 120 - 40 \qquad \underline{\mathbf{I1 = 2A}}$$

I1 değeri (1) numaralı denklemde yerine yazılır!

$$15 \cdot 2 - 10 \cdot I2 = 20 \qquad \underline{\mathbf{I2 = 1A}}$$

Örnek 4.2, çevre akımlarının matris yöntemi ile çözümü

$$\begin{bmatrix} R4+R5 & -R5 \\ -R5 & R5+R6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V3 \\ -V7 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$\Delta R = \begin{vmatrix} R4+R5 & -R5 \\ -R5 & R5+R6 \end{vmatrix} \qquad \Delta R = \begin{vmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 12 \end{vmatrix} = 180 - 100 = 80$$

$$I1 = \begin{vmatrix} V3 & -R5 \\ -V7 & R5+R6 \end{vmatrix} \Big/ \Delta R \qquad I2 = \begin{vmatrix} R4+R5 & V3 \\ -R5 & -V7 \end{vmatrix} \Big/ \Delta R$$

I1=(240-80)/80 I2=(-120+200)/80

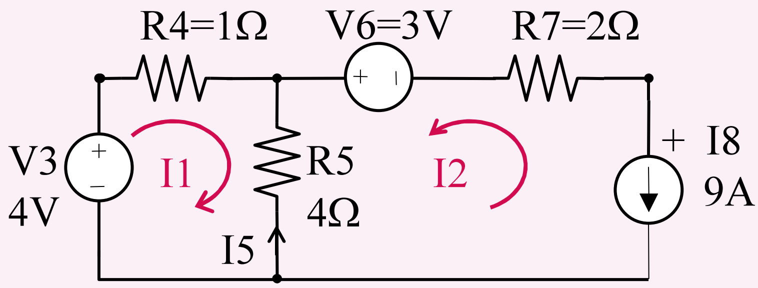
I1= 2A I2=1A

Akım kaynaklı devrelerin Çevre Akımlarının Çözümü

Akım kaynağı yalnız bir çevrede yer alıyorsa

- İşlemler:
  - Çevre akımı = akım kaynağının akımı
  - Akım kaynağının gerilimi bilinmediğinden bu çözüm için bir ek denklemdir!
  - Diğer çevre akımları için normal işlem yapılır.

Örnek 4.3. I5=?



Ek denk: I2 = -I8 = -9A

Örnek 4.3
Çevre akımları yöntemi ile çözüm

-V3 + V4 + V5 = 0 (1.çevreye KGY uygulandı!)

-V3 + I1·R4 + (I1+I2)·R5 = 0 (Ohm yasası uygulandı!)

-4 + I1·1 + (I1+I2)·4 = 0 (bilinenler yerine koyuldu!)

5·I1 + 4·I2 = 4 (1.eşitlik düzenlendi!)

I2 = -I8= -9A (Ek denklem)

5·I1 + 4·(-9) = 4

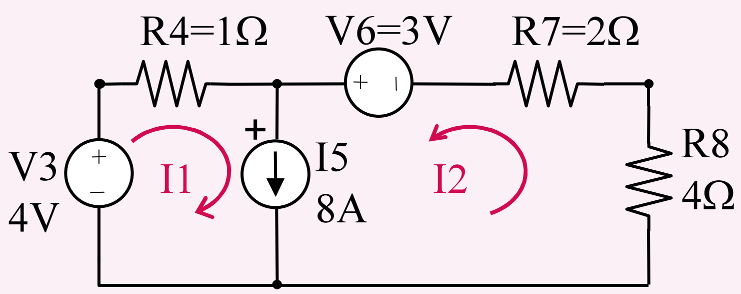
I1 = (4+36)/5 **I1 = 8A**

I5 = -I1-I2 = -8+9 **I5 = 1A**

Akım Kaynağı ortak çevrede bulunuyorsa

- İşlemler:
  - Akım kaynağının ortak bulunduğu çevreler belirlenir.
  - Bu çevrelere KGY uygulanır.
  - Akım kaynağı ile ortak dalın akımı arasındaki bağıntı KAY dan yararlanarak elde edilir.
  - Akım kaynağının gerilimi bilinmediğinden bu çözüm için bir ek denklemdir!
  - Diğer çevre akımları için normal işlem yapılır.

Örnek 4.4. I1, I2 =?



Ek Denk: I1+I2 = I5 = 8A

Örnek 4.4
Çevre akımları yöntemi ile çözüm

$-V3 + V4 + V5 = 0$ (1.çevreye KGY uygulandı!)

$-V3 + I1 \cdot R4 + V5 = 0$ (Ohm yasası uygulandı!)

$-4 + I1 \cdot 1 + V5 = 0$ (bilinenler yerine koyuldu!)

$\underline{I1 + V5 = 4}$ (1.eşitlik düzenlendi!)

$V8 + V7 - V6 + V5 = 0$ (2.çevreye KGY uygulandı!)

$I2 \cdot R8 + I2 \cdot R7 - V6 + V5 = 0$

$I2 \cdot 4 + I2 \cdot 2 - 3 + V5 = 0$ (bilinenler yerine koyuldu!)

$\underline{6 \cdot I2 + V5 = 3}$ (2.eşitlik düzenlendi!)

Örnek 4.4
Çevre akımları yöntemi ile çözüm

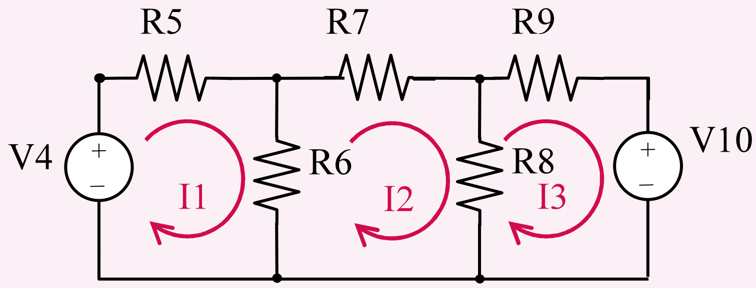
$\underline{I1+I2 = I5 = 8A}$ (Ek denklem)

$$\begin{array}{r} I1 + V5 = 4 \\ + \quad -6 \cdot I2 - V5 = -3 \\ \hline I1 - 6 \cdot I2 + 0 = 1 \end{array}$$

$I1 = (48+1)/7 = 7$ **$\underline{I1 = 7\ A}$**

$I2 = 8 - I1 = 8-7$ **$\underline{I2 = 1\ A}$**

Örnek 4.5 I1, I2 ve I3 çevre akımlarını bulunuz.



3 Boyutlu Matris Hesapları

Çevre Akımları bu matris eşitliklerinin çözülmesiyle elde edilebilir.

R I = V

n devredeki çevre sayısı.

R n × n boyutlu kare matris,

I n boyutlu çevre akımları vektörü,

V n boyutlu gerilim kaynakları vektörü,

Cramer Kuralı

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \Delta V_1/\Delta R \qquad I_2 = \Delta V_2/\Delta R \qquad I_3 = \Delta V_3/\Delta R$$

ΔR ,**R** matrisinin determinantıdır.

$$\Delta R = R_{11}R_{22}R_{33} + R_{12}R_{23}R_{31} + R_{13}R_{21}R_{32} - R_{13}R_{22}R_{31} - R_{12}R_{21}R_{33} - R_{11}R_{23}R_{32}$$

ΔV_i (i=1,2,3) ise i.sütuna **V** vektörü yerleştirilerek elde edilen **R** matrisinin determinantıdır.

çevre akımlarının matris yöntemi ile çözümün devamı

$$\begin{bmatrix} R5+R6 & -R6 & 0 \\ -R6 & R6+R7+R8 & -R8 \\ 0 & -R8 & R8+R9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V4 \\ 0 \\ -V10 \end{bmatrix}$$

$$\Delta R = \begin{vmatrix} R5+R6 & -R6 & 0 \\ -R6 & R6+R7+R8 & -R8 \\ 0 & -R8 & R8+R9 \end{vmatrix}$$

$$\Delta V1 = \begin{vmatrix} V4 & -R6 & 0 \\ 0 & R6+R7+R8 & -R8 \\ -V10 & -R8 & R8+R9 \end{vmatrix}$$

$$I1 = \Delta V1/\Delta R$$

çevre akımlarının matris yöntemi ile çözümü

$$\Delta V2 = \begin{vmatrix} R5+R6 & V4 & 0 \\ -R6 & 0 & -R8 \\ 0 & -V10 & R8+R9 \end{vmatrix}$$

$$I2 = \Delta V2/\Delta R$$

$$\Delta V3 = \begin{vmatrix} R5+R6 & -R6 & V4 \\ -R6 & R6+R7+R8 & 0 \\ 0 & -R8 & -V10 \end{vmatrix}$$

$$I3 = \Delta V3/\Delta R$$

4.2. Düğüm Gerilimleri Yöntemi

Düğüm Gerilimleri Yöntemi Nedir?

Elektrik devrelerin analizi için düğüm gerilimlerini devre değişkenleri olarak kullanan, (KAY) Kirchhoff'un Akımlar Yasasını temel alan bir devre analizi yöntemidir.

Düğüm Gerilimi Nedir?

- Devrede iki nokta arasındaki gerilim farkını veren bir gerilimdir.
- Düğüm gerilimi devredeki bir düğüm noktası ile referans noktası arasındaki gerilimdir.
- Devrenin toprak (GND) noktası genellikle referans noktası, düğümü olarak kullanılır.
- Eğer devrenin toprak bağlantısı yoksa, en çok dalın bağlandığı düğüm referans düğümü olarak seçilir.

Düğüm Gerilimleri Yöntemi İşlem Adımları

- Devredeki düğümler belirlenir. Bir düğüm referans düğümü seçilir.
- Kalan n-1 düğüm gerilimi V_1, V_2, …, V_{n-1} adları verildikten sonra devre elemanları numaralandırılır.
- n-1 düğüme KAY uygulanır.
- Akımlara, düğüm gerilimleri kullanılarak Ohm yasası uygulanır ve eşitlikler açılır.
- Elde edilen son eşitlikler çözülerek düğüm gerilimleri değişkenleri bulunur.

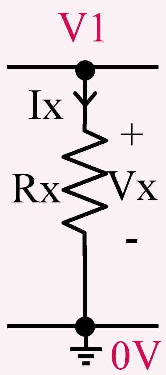
Yalnız bir düğüm geriliminin etkilediği dalın durumu

1.düğüme KAY uygulanırken Ix için

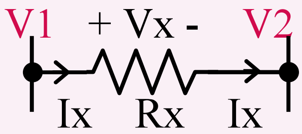
$Ix = Vx \cdot Gx$ (Ohm)

$Vx = V1$ (KGY)

$Ix = V1 \cdot Gx$



İki düğüm geriliminin ortak etkilediği dalın durumu

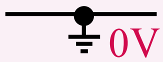


1.düğüme KAY uygulanırken Ix için

$Ix = Vx \cdot Gx$ (Ohm)

$Vx = V1 - V2$ (KGY)

$Ix = (V1 - V2) \cdot Gx$



2.düğüme KAY uygulanırken Ix için

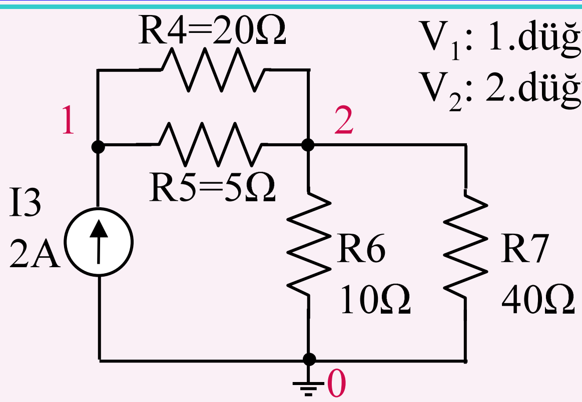
$-Ix = Vx \cdot Gx$ (Ohm)

$Vx = V1 - V2$ (KGY)

$-Ix = (V1 - V2) \cdot Gx$

$Ix = (V2 - V1) \cdot Gx$

Örnek 4.6



V_1: 1.düğüm gerilimi

V_2: 2.düğüm gerilimi

Eğer V1 ve V2 düğüm gerilimleri elde edilirse bütün dirençlerin akımları hesaplanabilir.

Örnek 4.6, düğüm gerilimleri yöntemi ile çözüm

$-I3 + I4 + I5 = 0$ (1.düğüme KAY uygulandı!)

$-I3 + (V1-V2)\cdot G4 + (V1-V2)\cdot G5 = 0$ (Ohm yasası uyg.)

$-2 + (V1-V2)\cdot 0,05 + (V1-V2)\cdot 0,2 = 0$

$\underline{\mathbf{0,25\cdot V1 - 0,25\cdot V2 = 2}}$ (1.eşitlik düzenlendi!)

$I4 + I5 + I6 + I7 = 0$ (2.düğüme KAY uygulandı!)

$(V2-V1)\cdot G4 + (V2-V1)\cdot G5 + V2\cdot G6 + V2\cdot G7 = 0$

$(V2-V1)\cdot 0,05+(V2-V1)\cdot 0,2+V2\cdot 0,1+V2\cdot 0,025 = 0$

$\underline{\mathbf{-0,25\cdot V1 + 0,375\cdot V2 = 0}}$ (2.eşitlik düzenlendi!)

Örnek 4.6, düğüm gerilimleri yöntemi ile çözüm

$$0,25\cdot V1 - 0,25\cdot V2 = 2 \qquad (1)$$

$$\underline{+\ -0,25\cdot V1 + 0,375\cdot V2 = 0} \qquad (2)$$

$$0 + 0,125\cdot V2 = 2 \qquad \underline{\mathbf{V2 = 16V}}$$

V2 değeri (1) numaralı denklemde yerine yazılır!

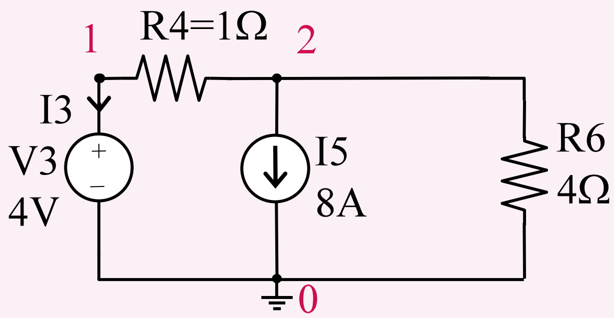
$$0,25\cdot V1 - 0,25\cdot 16 = 2 \qquad \underline{\mathbf{V1= 24V}}$$

Gerilim kaynaklı devrelerin Düğüm Gerilimlerinin Çözümü

Gerilim kaynağı, bir düğüm ile referans düğümü arasında ise

- Gerilim Kaynağı (Vk), bir düğüm (Vd) ile referans düğümü arasında bağlıdır.
- düğüm gerilimi = gerilim kaynağının gerilimi
  Vd = Vk
- Gerilim kaynağının akımı (Ik) bilinmediğinden bu çözüm için bir ek denklemdir!
- Diğer düğümler için normal işlem yapılır.

Örnek 4.7. I3=?



Ek Denk: V1 = V3

V1 = 4V

Örnek 4.7, düğüm gerilimleri yöntemi ile çözüm

I3 + I4 = 0 (1.düğüme KAY uygulandı!)

I3 + (V1-V2)·G4 = 0 (Ohm yasası uyg.)

I3 + (V1-V2)·1 = 0

I3 + V1 - V2 = 0 (1.eşitlik düzenlendi!)

I4 + I5 + I6 = 0 (2.düğüme KAY uygulandı!)

(V2-V1)·G4 + I5 + V2·G6 = 0

(V2-V1)·1+ 8 + V2·0,25 = 0

-V1 + 1,25·V2 = -8 (2.eşitlik düzenlendi!)

Örnek 4.7, düğüm gerilimleri yöntemi ile çözüm

Ek Denk: V1 = V3 ise V1 = 4V olarak bulunur.

$$I3 + 4 - V2 = 0 \quad (1)$$

$$\underline{-4 + 1{,}25 \cdot V2 = -8} \quad (2)$$

(2)'den $1{,}25 \cdot V2 = -4$ **V2 = -3,2V**

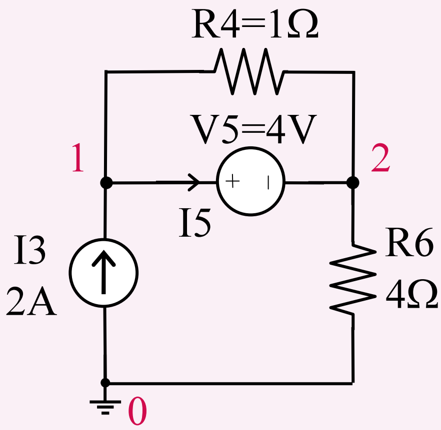
V2 değeri (1) numaralı denklemde yerine yazılırsa

$$I3 + 4 + 3{,}2 = 0$$ **I3 = -7,2A**

Gerilim kaynağı, bir düğüm ile diğer bir düğümü arasında ise

- Gerilim Kaynağı (Vk), bir düğüm (Vd1) ile referans düğümü olmayan diğer düğüm (Vd2) arasında bağlıdır.
- düğüm gerilimlerinin farkı = gerilim kaynağının gerilimi Vd1-Vd2 = Vk, Yönlere Dikkat!
- Gerilim kaynağının akımı (Ik) bilinmediğinden bu çözüm için bir ek denklemdir!
- Diğer düğümler için normal işlem yapılır.

Örnek 4.8 V2=?



Ek Denk:

$V1-V2 = V5$

$V1-V2 = 4V$

Örnek 4.8, düğüm gerilimleri yöntemi ile çözüm

$-I3 + I4 + I5 = 0$ (1.düğüme KAY uygulandı!)

$-I3 + (V1-V2)\cdot G4 + I5 = 0$ (Ohm yasası uyg.)

$-2 + (V1-V2)\cdot 1 + I5 = 0$

$\underline{\mathbf{I5 + V1 - V2 = 2}}$ (1.eşitlik düzenlendi!)

$I4 - I5 + I6 = 0$ (2.düğüme KAY uygulandı!)

$(V2-V1)\cdot G4 - I5 + V2\cdot G6 = 0$

$(V2-V1)\cdot 1 - I5 + V2\cdot 0{,}25 = 0$

$\underline{\mathbf{-I5 - V1 + 1{,}25\cdot V2 = 0}}$ (2.eşitlik düzenlendi!)

Örnek 4.8, düğüm gerilimleri yöntemi ile çözüm

Ek Denk 3-2=1 ek denklem var

1) V1-V2 = V5 ise V1-V2 = 4V bulunur.

$$\begin{array}{rl} I5 + V1 - V2 \qquad = 2 & (1) \\ + \ \underline{-I5 - V1 + 1{,}25 \cdot V2 = 0} & (2) \end{array}$$

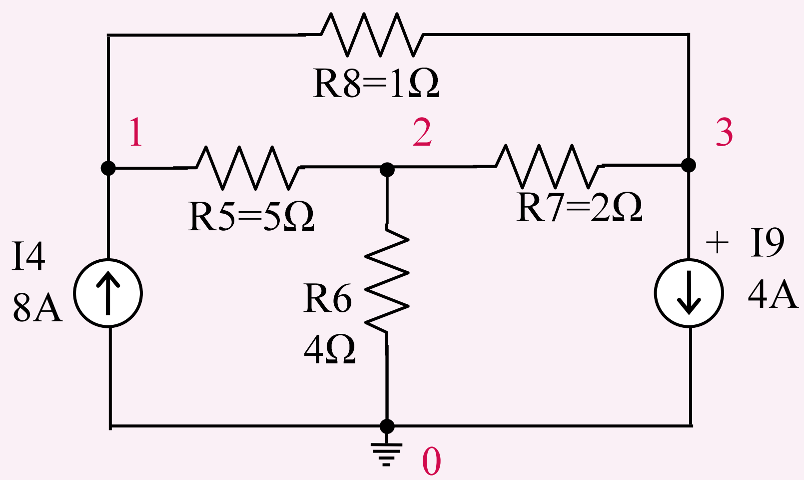
(1+2)'den $\quad 0{,}25 \cdot V2 = 2 \qquad$ **V2 = 8V**

Ek denklemde V1 = 4 + V2 $\qquad$ **V1 = 12V**

V1 ve V2 değeri (1)'de yerine yazılırsa

$I5 + 12 - 8 = 2 \qquad$ **I5 = -2A**

Örnek 4.9 V1, V2 ve V3 düğüm gerilimlerini bulunuz.



3 Boyutlu Matris Hesapları

Düğüm gerilimleri bu matris eşitliklerinin çözülmesiyle elde edilebilir.

G V = I

n devredeki toplam düğüm sayısı,

G (n-1) × (n-1) boyutlu kare matris,

V n-1 boyutlu düğüm gerilimleri vektörü,

I n-1 boyutlu akım kaynakları vektörüdür.

Cramer Kuralı

$$\begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

$$V_1 = \Delta I_1/\Delta G \quad V_2 = \Delta I_2/\Delta G \quad V_3 = \Delta I_3/\Delta G$$

ΔG , **G** matrisinin determinantıdır.

$$\Delta G = G_{11}G_{22}G_{33} + G_{12}G_{23}G_{31} + G_{13}G_{21}G_{32} - G_{13}G_{22}G_{31} - G_{12}G_{21}G_{33} - G_{11}G_{23}G_{32}$$

ΔI_i (i=1,2,3) ise i. Sütuna **I** vektörü yerleştirilerek elde edilen **G** matrisinin determinantıdır.

düğüm gerilimlerinin matris yöntemi ile çözümü

$$\begin{bmatrix} G5+G8 & -G5 & -G8 \\ -G5 & G5+G6+G7 & -G7 \\ -G8 & -G7 & G7+G8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I4 \\ 0 \\ -I9 \end{bmatrix}$$

$$\Delta G = \begin{vmatrix} G5+G8 & -G5 & -G8 \\ -G5 & G5+G6+G7 & -G7 \\ -G8 & -G7 & G7+G8 \end{vmatrix}$$

$$\Delta I1 = \begin{vmatrix} I4 & -G5 & -G8 \\ 0 & G5+G6+G7 & -G7 \\ -I9 & -G7 & G7+G8 \end{vmatrix}$$

$$V1 = \Delta I1 / \Delta G$$

düğüm gerilimlerinin matris yöntemi ile çözümü devam

$$\Delta I2 = \begin{vmatrix} G5+G8 & I4 & -G8 \\ -G5 & 0 & -G7 \\ -G8 & -I9 & G7+G8 \end{vmatrix}$$

$$V2 = \Delta I2 / \Delta G$$

$$\Delta I3 = \begin{vmatrix} G5+G8 & -G5 & I4 \\ -G5 & G5+G6+G7 & 0 \\ -G8 & -G7 & -I9 \end{vmatrix}$$

$$V3 = \Delta I3 / \Delta G$$