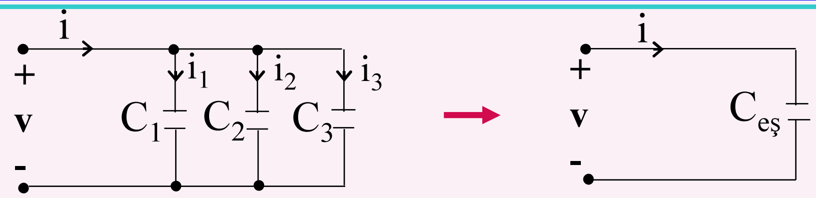
6. RC, RL ve RLC Devrelerin Analizi, Geçici Rejim Analizi

6.1. Kapasite ve Endüktansların Seri ve Paralel Bağlanması

Paralel Kapasiteler



$$i = C_1\frac{dv}{dt} + C_2\frac{dv}{dt} + C_3\frac{dv}{dt} = (C_1 + C_2 + C_3)\frac{dv}{dt}$$

$$i = C_{eş}\frac{dv}{dt}$$

$$\boxed{C_1 + C_2 + C_3 = C_{eş}}$$

Seri Kapasiteler

$$v(t) = v1(t) + v2(t)$$

$$v(t) = \frac{1}{C_1}\int_0^t idt + V1(0) + \frac{1}{C_2}\int_0^t idt + V2(0)$$

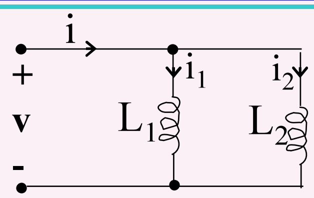
$$v(t) = (\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})\int_0^t idt + (V1(0) + V2(0))$$

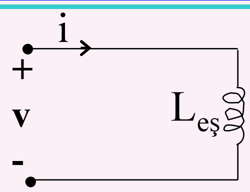
$$v(t) = (\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})\int_0^t idt + V(0)$$

$$v(t) = \frac{1}{C_{eş}}\int_0^t idt + V(0)$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Paralel Endüktanslar





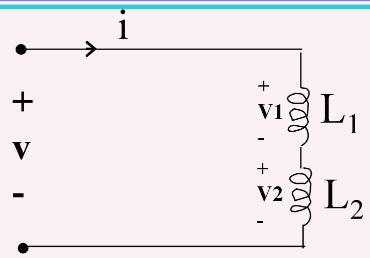
$$i(t) = \frac{1}{L_1}\int_0^t v dt + I_1(0) + \frac{1}{L_2}\int_0^t v dt + I_2(0)$$

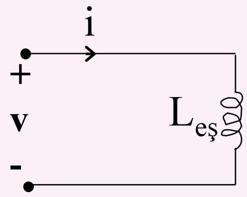
$$i(t) = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\int_0^t v dt + I(0)$$

$$i(t) = \frac{1}{Leş}\int_0^t v dt + I(0)$$

$$\boxed{\frac{1}{L_{eş}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}}$$

Seri Endüktanslar





$$v(t) = L_1\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt}$$

$$v(t) = (L_1 + L_2)\frac{di}{dt}$$

$$v(t) = L_{eş}\frac{di}{dt}$$

$$\boxed{L_{eş}=L_1+L_2}$$

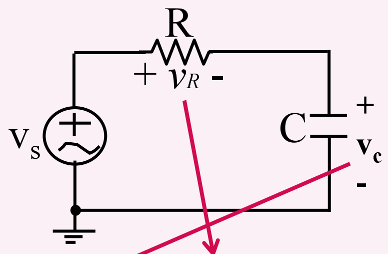
6.2 Birinci Derece Devreler

Devreler, kaynaklarında ya da elemanlarında ortaya çıkan değişim sonucu bir durumdan başka duruma geçer. Bu geçiş sırasında akım ve gerilimin eski değerinden yeni değerine geçiş sürecine geçici (transient) durum, geçici durumun sona erdikten sonraki duruma ise sürekli (steady) durum denir.

Birinci Derece Devre

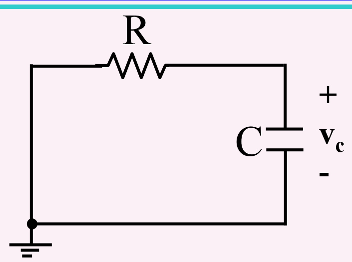
- Bir kapasite veya bir endüktans içeren devrelerdir (aynı anda ikisini birden içermeyen).
- Birden fazla seri veya paralel bağlı kapasite içeren devrelerdir.
- Birden fazla seri veya paralel bağlı endüktans içeren devrelerdir
- Birinci derece devrelerin denklemleri, birinci derece diferansiyel denklemler verir.

6.2.1 Birinci Derece RC Devre



$$\boxed{v_c(t) + RC\frac{dv_c(t)}{dt} = v_s(t)}$$

Kaynaksız RC Devre



Kapasitenin ilk gerilimi $v_c(0)$ ise $v_c(t)$ nedir?

$v_c(t)$

$$v_c(t) + RC\frac{dv_c(t)}{dt} = 0 \qquad v_c = K\cdot e^{s\cdot t} \quad \Rightarrow \quad \frac{dv_c}{dt} = s\cdot K\cdot e^{s\cdot t}$$

$$K\cdot e^{s\cdot t} + RC\cdot s\cdot K\cdot e^{s\cdot t} = 0$$

$$K(1+RC\cdot s)e^{s\cdot t} = 0 \quad \Rightarrow s = \frac{-1}{RC}$$

$$K = v_c(0)$$

RC devrenin
Öz, doğal yanıtı

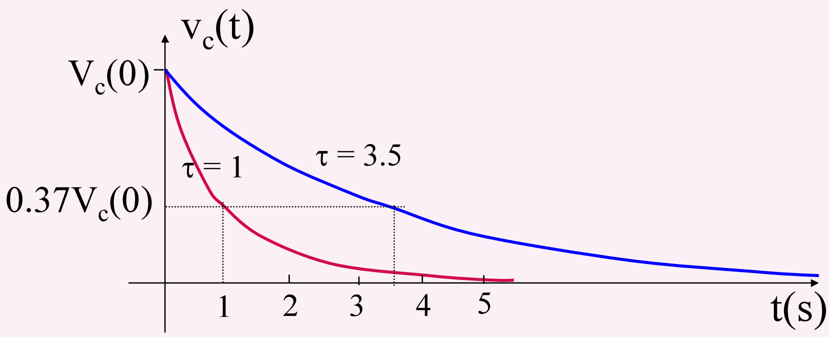
$$\boxed{v_c(t) = v_c(0)e^{-\frac{t}{RC}}} \qquad \boxed{i_c(t) = \frac{v_c(0)}{R}e^{-\frac{t}{RC}}}$$

$\tau = RC$ → RC devrenin zaman sabiti

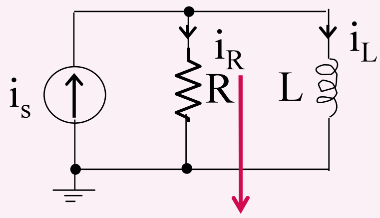
Kaynaksız RC Devrenin Zaman Sabiti τ

τ: v_c nin ilk geriliminin %37'sine düştüğü süre

5τ: v_c nin sıfıra düştüğü süre

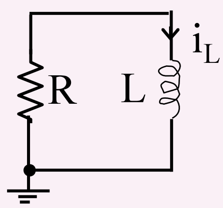


6.2.2 Birinci Derece RL Devre



$$\boxed{i_L(t) + \frac{L}{R}\frac{di_L(t)}{dt} = i_s(t)}$$

Kaynaksız RL Devre



Endüktansın ilk akımı $i_L(0)$ ise $i_L(t)$ nedir?

$i_L(t)$

$$i_L(t) + \frac{L}{R}\frac{di_L(t)}{dt} = 0$$

$$i_L = K \cdot e^{s \cdot t} \quad \Rightarrow \quad \frac{di_L}{dt} = s \cdot K \cdot e^{s \cdot t}$$

$$K \cdot e^{s \cdot t} + \frac{L}{R} \cdot s \cdot K \cdot e^{s \cdot t} = 0$$

$$K(1 + \frac{L}{R} \cdot s)e^{s \cdot t} = 0 \quad \Rightarrow s = \frac{-R}{L}$$

$$K = i_L(0)$$

RL devrenin
Öz, doğal yanıtı

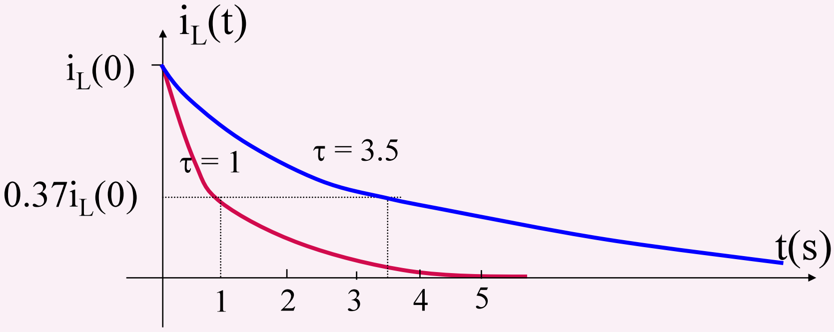
$$\boxed{i_L(t) = i_L(0)e^{-\frac{R \cdot t}{L}}} \qquad \boxed{v_L(t) = R \cdot i_L(0)e^{-\frac{R \cdot t}{L}}}$$

$\tau = \frac{L}{R}$ → RL devrenin zaman sabiti

RL Devrenin Zaman Sabiti τ

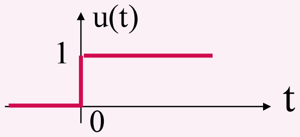
τ: i_L nin ilk değerinin %37sine düştüğü süre

5τ: i_L nin sıfıra düştüğü süre

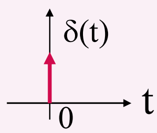


Periyodik olmayan fonksiyonlar

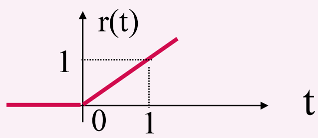
Birim basamak $u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$



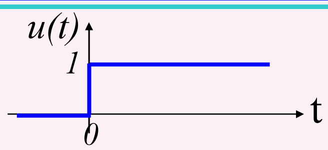
Birim Dürtü(impuls) $\delta(t)=\begin{cases}belirsiz & t=0\\ 0 & t>0, t<0\end{cases}$

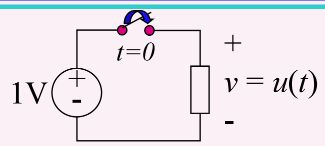


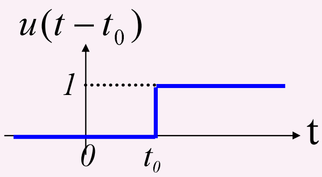
Birim Rampa $r(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & t>0\end{cases}$

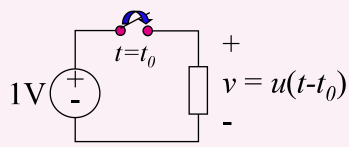


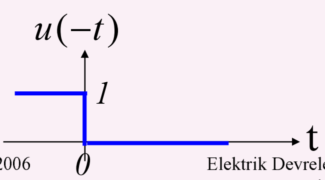
Birim basamak fonksiyonlarının bazı özel uygulamaları

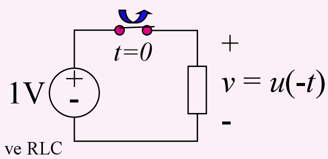










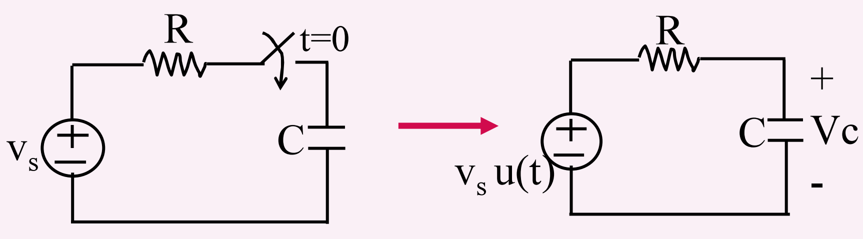


Birim basamak ile dürtü fonksiyonları arasındaki ilişki

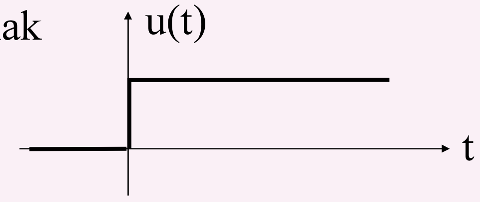
$$u(t) = \frac{dr(t)}{dt}$$

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

Basamak fonksiyon kaynaklı RC Devre



Basamak
Fonk.



Devre Denklemleri

$$RC\frac{dv_c}{dt}+v_c=v_s u(t) \quad \Rightarrow \quad \frac{dv_c}{dt}+\frac{1}{RC}v_c=\frac{1}{RC}v_s u(t)$$

t>0 için:

$$\frac{dv_c}{dt}+\frac{1}{RC}v_c=\frac{1}{RC}v_s$$

Tam Çözüm: $\boxed{v_c(t)=v_d+v_z}$

doğal yanıt

$$\frac{dv_d}{dt}+\frac{1}{RC}v_d=0$$

$$\Downarrow$$

$$v_d(t)=v_d(0)e^{-t/\tau}$$

zorlanmış yanıt

t>0 için: $v_z = B$

Devre denklemi içinde v_{zor}=B

$$\frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{RC} v_z = \frac{1}{RC} v_s$$

$$\Downarrow$$

$$B = v_s \Rightarrow v_z = v_s$$

Tam Çözüm

$$v_c(t) = v_s + v_d(0)e^{-t/\tau}$$

t=0'da İlk koşullar: $v_c(0) = v_s + v_d(0)$

$$\Downarrow$$

$$v_d(0) = v_c(0) - v_s$$

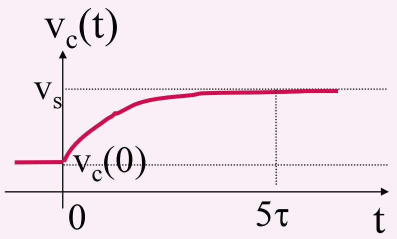
$$\Downarrow$$

$$\boxed{v_c(t) = v_s + (v_c(0) - v_s)e^{-t/\tau}}$$

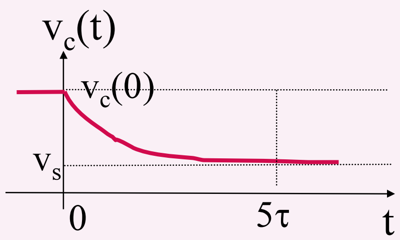
Özet
RC Devre Birim basamak Yanıtı

$$v_c(t) = \begin{cases} v_s + (v_c(0) - v_s)e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0 \\ v_c(0), t < 0 \end{cases}$$

τ=RC ise



$v_s > v_c(0)$



$v_s < v_c(0)$

RC Devrede
doğal ve zorlanmış yanıt (t>0)

$$\boxed{v_c(t) = v_d + v_z}$$

$$v_c(t) = \boxed{v_s} + \boxed{(v_c(0) - v_s)e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

zorlanmış yanıt
(Sürekli-Hal)
(steady-state)

doğal yanıt
(Geçici)
(Transient)

Basamak kaynaklı RC Devre için Kısa yoldan çözümler

$$\boxed{v_c(t) = v_c(\infty) + (v_c(0) - v_c(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0}$$

Adımlar:
1. $v_c(0)$ bulunur.
2. $v_c(\infty)$ bulunur.
3. τ zaman sabiti bulunur.